生物資源学類　自己診断テスト　解答・解説

解説: このテストは, あまりにも「簡単」な問題ばかりです。でも, 多くの人はどこかで間違えたのではないでしょうか? 難しい入試問題は解けるけど, こういう簡単な問題で間違える。それをヒントに, 自分自身の「学習観」を振り返り, アップデートして欲しいのです。

小学校問題

問 1　以下の計算をせよ:

(1)　$2.93 + 10.28 = 13.21$

(2)　$8.31 - 6.95 = 1.36$

(3)　商と余りを述べよ: $90 \div 36 = 2$ あまり 18

(4)　$72000 \div 0.018 = 4000000$

(5)　$0.025 \div 0.0005 = 50$

(6)　$0.0352 \times 0.87 = 0.030624$

解説: (4) や (5) で桁を間違えた人へ。小数を含む割り算, 特に分母に来る数が 0 よりずっと小さい小数のときの割り算は, 桁を間違えやすいのです。そのことを意識して, 丁寧に処理してきちんとダブルチェックしたかどうかが, この問題のポイントです。

問 2　計算して整数または簡単な分数で答えよ（帯分数にする必要はない）

(1)　$628 \div 15.6 = \frac{1570}{39}$

(2)　$\dfrac{4}{3} + \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{19}{10}$

(3)　$\dfrac{2/3}{4/5} = \dfrac{5}{6}$

(4)　$\dfrac{100/0.2}{0.1/0.01} = 50$

(5)　$2 - \dfrac{7}{12} \times \dfrac{8}{3} \div \dfrac{5}{6} = \dfrac{2}{15}$

解説: (3) で, 57 が 3 で割り切れることに気付かなかった人へ。$5 + 7 = 12$ で 12 は 3 で割り切れます。こういうふうに, 3 の倍数は, 各桁を全部足したものも 3 の倍数だ, ということを知っていれば, 検算できます。そのことを知っているか, そしてそれを適切に応用できるかが, この問題のポイントです。

問 3　x と y に入る, 最も小さな自然数を答えよ。$\dfrac{3}{4} : \dfrac{2}{7} = x : y$　　$x = 21, y = 8$

解説: ここまでの初等的な計算問題で, 間違えたけど「単なるケアレスミス」と思っている人へ: テストのケアレスミスは点を落とすだけですが, 研究や仕事のケアレスミスはお金・時間の浪費や事故, 信用の失墜につながります。ケアレスミスを未然に防いだり, 指摘される前に自分で気づくのも大事な学力です。

問 4　以下の問題で, 導出過程の説明も書くこと。最終的な数値だけを書いたものは正解とはしない。

(1)　あるスポーツ用品ショップで, バットとボールは合わせて 1 ドル 10 セントである。バットはボールよりも 1 ドル高い。では、ボールはいくら?
5 セント。

解説: これを 10 セントと間違える人が多いです。甘く見たり, あるいは焦ってしまって, フィーリングと暗算でやってしまったのではないでしょうか? そういうことが癖になっていませんか? それが, この問題のポイントです。

(2) 35,000 m^2 の畑がある。500 m^2 あたりに 10 kg の肥料を撒く場合, 全部でどれだけの肥料が必要か?

$$35000\ \mathrm{m}^2 \times \frac{10\ \mathrm{kg}}{500\ \mathrm{m}^2} = 700\ \mathrm{kg}$$

(3) 4 つの製品を作るのに 5 台の機械で 10 分かかる。では、20 台の機械で 140 個の製品を作るには何分かかる?
m 台の機械で, t 分の時間をかけて, p 個の製品ができるとする。p は m と t に比例するので, a を定数として, $p = amt$ と書ける。これに $p = 4, m = 5, t = 10$ を代入すると, $4 = a \times 5 \times 10$。よって $a = 4/50 = 0.08$。また, $t = p/(ma)$ に, $m = 20$, $p = 140$, $a = 0.08$ を代入すると, $t = 140/(20 \times 0.08) = 140/1.6 = 87.5$。よって, 87.5 分。四捨五入して 88 分でも OK。

解説: 小学校算数では文字式は使いませんが, 上のような文章題は扱います。皆さんは文字式を知っているので, 当然, 文字式を使っても OK です。正解した人も, 自分の書いた答案が, 論理的に人に伝わるものになっているかどうか考えてみて下さい。答案はメモ書きではなく, 思考プロセスを可視化して記録に残したり人に伝えるための, 小さな「論文」です。

問 5 15 個は 25 個の何%か? 60 %

問 6 60 cm の 120 %は何 cm か? 72 cm

問 7 10,000 秒は, 何時間何分何秒か。2 時間 46 分 40 秒。

解説: 「40 秒」を「4 秒」と間違えた人へ。割り算をすぐに約分する癖がついていませんか? もちろん普通の割り算はそれで OK です。でも, 余りを求める割り算では, うかつに約分してはダメです。理由はわかりますよね? そういうことは小学校では教わらなかったでしょう。昔に教わったことを, そのまま惰性で使い続けるのではなく, 年齢が上がるにつれて, 「棚卸し」して考えなおし, 学び直し, 磨き直していくのも大切な勉強です。

解説: ここまでの文章題で間違えた人は, 文章題が苦手だったり, 掛け算とわり算の使い分けに自信がないのではないでしょうか?

問 8 以下の量を指定された単位で書き換えよ:

(1) 1 ヘクタールを m^2 という単位で: 10000 m^2

(2) 1 トンを kg という単位で: 1000 kg

(3) 1 リットルを m^3 という単位で: 0.001 m^3

(4) 1 km^2 を m^2 という単位で
1000000 m^2 (=10^6 m^2)

(5) 0.04 m を km という単位で
0.04 m = 0.04×0.001 km=0.00004 km。
4×10^{-5} km でも OK。

(6) 72 km/時を m/秒という単位で

$$72\ \mathrm{km/時} = \frac{72000\ \mathrm{m}}{3600\ 秒} = 20\ \mathrm{m/秒}$$

(7) 0.5 リットルを m^3 という単位で
0.5 リットル = 0.5×0.001 m^3=0.0005 m^3。
5×10^{-4} m^3 でも OK。

(8) 0.5 g をトンという単位で
0.5 g = 0.5 × 0.001 × 0.001 トン=0.0000005 トン。
5×10^{-7} トンでも OK。

(9) 0.1 $\mathrm{g/cm}^3$ を $\mathrm{kg/m}^3$ という単位で

$$0.1\ \mathrm{g/cm}^3 = \frac{0.1 \times 0.001\ \mathrm{kg}}{(0.01\ \mathrm{m})^3} = 100\ \mathrm{kg/m}^3$$

(10) 1 m^3/g をリットル/kg という単位で

$$1\ \mathrm{m}^3/\mathrm{g} = \frac{1000\ リットル}{(1/1000)\mathrm{kg}} = 1000000\ リットル/\mathrm{kg}$$

解説: これらの単位問題で間違えた人は, 単位の取り扱いが苦手ではないですか? あとで「単位苦手」として詳しく述べます。

まず, 生物資源学類は農地や森林の面積などを扱います。それらは ha で表現されるので, ha は大切です。リットルと m^3 も生物資源学類ではよく使う単位です。でも, 受験勉強ではほとんど使わなかったので忘れてしまった... という人もいるでしょう。

それでも, ha が km^2 と同じ, とか, 1 km^2 が 1000 m^2, という「勘違い」はいかがなものでしょうか? 小中学校の社会科で, 日本の国土面積は約 38 万 km^2 と習いました。もし 1 km^2=1000 m^2 なら, 日本の国土は約 38000 万 m^2, ざっくり 4 億 m^2 ということになりますが, $\sqrt{}$をとって 1 辺 2 万 m, つまり 20 km 四方の正方形の面積に等しい, ということになります。どう考えても小さすぎですね（つくば〜東京が 50 km くらい)。

リットルと m^3 が同じだと思った人も, 1 リットルや 2 リットルのペットボトルを日常的に見ていますよね? 1 リットルは, 1 辺が 10 cm の立方体の体積。それに対して 1 m^3 は 1 辺が 1 m の立方体の体積。一般家庭のお風呂よりも大きなサイズです。ちょっと違いすぎですね（笑)。

こういうふうに, ものの量や単位を身の回りの日常や社会とつなげて理解したり, 物事をいろんな角度から考えて, 自分なりに比較の基準を持つことが大事です。そういうことを, やっていますか? やっていなかったら, これからやるようにしましょう。

また, (5) 以降で, 桁違いに大きな間違いをする人がいます (桁が 4 つも 5 つも違う間違い)。そういう人のほとんどは, 単位を切り離して数値だけで計算し, 最後に単位をつける, というやり方でやっています。そのやり方は危ないのです。ここで示したように, 計算過程に単位を埋め込んで, 数値の計算だけでなく単位の掛け算や約分もすべきなのです。

中には, 1 リットルが 1000 m^3 だと答えた人もいるでしょう。1 m^3 が 1000 L なので, 1000 という数字だけをうろ覚えで書いてしまったのではないでしょうか? 何かが何かの何倍, といったとき, その「何か」を逆にしてしまう。これは容易に起こり得る, しかも重大な間違いであり, 従って常に警戒すべきものです。そのような意識は, 高価な機器や貴重なサンプルを扱ったり人命に関わる解析に従事したりするには必須です。そういうのが高校までの勉強と大学での学びの違いです。

中学校問題

問 9　濃度 5 %の食塩水 120 g がある。これに, 濃度 2 %の食塩水を何 g 加えれば, 濃度 4 %の食塩水にできるか?

x g 加えるとする。加える前後で食塩の量を追跡すると, $0.05 \times 120 + 0.02 \times x = 0.04 \times (120 + x)$。これを解くと, $x = 60$。従って, 60 g。

解説: このような濃度計算問題は, 液体試料や薬品をたくさん扱う研究（生物資源学類では多いです）では間違えてはダメです。事故や失敗（予算や試料や時間の無駄）につながります。

問 10　1 辺の長さが a の正八面体の体積を求めよ。

$(\sqrt{2}/3)a^3$　　(導出もきちんと書くこと。導出法を知りたい人は「正八面体の体積」で検索してみよう。

解説: 入試でよく出るパズル的な問題です。実はこのような問題は, 問 4〜問 8 までの単位換算や問 9 のような濃度計算よりも優先度は低いのです。むしろ心配なのは, この問 10 ができたのに問 4〜問 9 で間違えた人です。テストに出そうなひねった問題を解くのが勉強だと思うあまり, 基礎をおろそかにしていませんか?

稀に, 立方体の体積 (a^3) を答える人がいますが, 立方体は正六面体。正八面体とは, 正三角形 8 枚でできている多面体です。

最終的な答えが, 定数 $\times a^3$ になることに注目しましょう。どんな形の立体も, その体積は「長さの 3 乗」の式になります。だから, ここが a^2 とかになってしまったら, 「何かおかしい!」と気付かねばなりません。

問 11　xy 平面上での直線を考える。

(1)　2 つの点: $(1,3), (2,5)$ を通る直線の方程式は?
$y = 2x + 1$

(2)　2 つの点: $(2,1), (-2,6)$ を通る直線の方程式は?

$$y = -\frac{5}{4}x + \frac{7}{2}$$

解説: 直線の方程式は, 「微分」という概念の理解で重要です。出来なかった人は復習しましょう。

問 12　慣性の法則とは何か?

物体は外部から力を受けない限り, （静止または）等速直線運動を続ける, という法則。

解説: それっぽい解答でも, 「力」「等速直線運動」という語が入っていなければ不正解（ただし「等速直線運動」を「等速度運動」と言っても OK です)。「外部から力を受けない限り」という条件を抜かして, 「静止している物体は静止し続け, 運動している物体はその運動を続ける」のような曖昧なことを書く人がいます。もしそれが正しければ, あなたは朝, 起きて布団から出てくることができないですよね?

ちなみにこの慣性の法則は, 物理学の基礎です。そして, **物理学は全ての科学の基礎**です。最小限の物理学を理解しなければ, 生物学も化学も農学も, どんな科学技術も理解できません。だから慣性の法則は義務教育である中学校で学ぶのです。

問 13　重さと質量の違いを述べよ。

運動方程式によると, 物体にかかる力は質量と加速度の積に等しい。すなわち, 質量は物体の運動状態の変えにくさ（慣性）を表す物理量である。一方, 重さは物体にかかる重力の大きさである。重力の法則によると, 重さは質量に比例する。従って, 質量は重さにも関係する。しかし重さは場所によって変わるので, 重さを質量と同一視することはできない。

解説: これも重要な, 物理学の基礎です。質量と重さの違いを理解することではじめて力や圧力や仕事やエネルギーなどの意味や違いがわかり, 物理学も化学も生物学も理解できるのです。また, これは J(ジュール) や N（ニュートン）や W（ワット）などの単位を理解するためにも重要です。

多くの学生は, 質量と重さを混同しています。その区別がわかっている, という学生も, 「質量は変わらないけど重力は場所によって変わる」という理解に留まっています。その「変わらない」とは何が変わらないのでしょうか? 「質量が変わらない, じゃね?（笑)」と思いますよね。でもそういうときの「質量」という言葉が表す具体的な実体として, 何が変わらないのでしょうか? そういう実体について説明しないと, 「変わるものの裏には変わらないものがあるのだ」みたいな, よくわからない言葉をそれっぽく言っているだけです。

それに答えるのが「慣性」です。質量には, 「慣性」という観点があり, それこそが重さと質量の決定的な違いなのです。「慣性」は, 物体が運動するときに必ず現れる概念であり, 言葉であえて表現すれば, 「運動状態の変わりにくさ」のようなものです。それを表す量として質量は存在するのです。それは, 重力があろうがなかろうが存在するのです。

問 14　エネルギーの定義を述べよ。

仕事に変化することができる量（仕事をする能力）。

解説: それっぽい解答でも「仕事」という語が入っていなければ不正解。また, 「仕事ができる力」というのも不正解（エネルギーと力は別物です)。「仕事」の定義は中学校の理科 1 分野で習いました。「仕事」は, 「何か他の物体に影響を与えること」みたいな曖昧なものではなく, 「物体が移動する際, 物体にかかる力と, その方向に物体が移動した距離との積」と定義されます。

エネルギーは誰もが「知って」いる言葉ですが, 問 14 ができない人は多いでしょう。言葉の意味を理解しないまま, なんとなくそれっぽく使っていませんか?　学問は, 言葉を大事にしなければいけません。ひとつひとつの概念を, 言葉で丁寧に定義して, それをもとに論理的に積み上げるのです。

問 15　1 リットルの水に浸した抵抗 1000 オームの電熱線に, 200V の電圧をかける。水の温度を 5 度だけ上げるのにはどのくらいの時間がかかるか?

1 リットルの水の質量は 1 kg = 1000 g。水の比熱は, 1 cal / (g K)=4.2 J / (g K)。従って, 必要な熱量は, 1000 g × 5 K × 4.2 J/(g K) = 21000 J。一方, 流れる電流は, オームの法則より, 200V/(1000 Ω)=0.2 A。必要な時間を x とする。電気エネルギーは電圧×電流×時間だから, 200 V×0.2 A×x=21000 J。従って,

$$x = \frac{21000}{200 \times 0.2}\ \mathrm{J/(VA)} = 525\ 秒。$$

単位がついていない答は間違いとする。なお, J/(VA)=秒であることに注意。有効数字を考えて, 530 秒でも OK。

解説: エネルギーは, 社会の根底を支える重要なものです。だからエネルギーの定義 (問 14) と, その移り変わりのしかた（問 15）は, 中学校で学ぶのです。

高校問題

問 16　n を任意の自然数とする。数学的帰納法を使って次式を証明せよ:

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$n = 1$ のとき, 与式は, 左辺=1, 右辺=1 であり, 確かに左辺=右辺が成り立つ。次に, ある自然数 N について, $n = N$ のとき与式が成り立っていると仮定する。つまり,

$$\sum_{k=1}^{N} k = \frac{N(N+1)}{2}$$

であると仮定する。すると,

$$\sum_{k=1}^{N+1} k = \sum_{k=1}^{N} k + N + 1 = \frac{N(N+1)}{2} + N + 1 = \frac{N^2+N+2N+2}{2} = \frac{N^2+3N+2}{2} = \frac{(N+1)(N+2)}{2}$$

となる。従って, $n = N + 1$ としたときも与式は成り立つ。以上より, 1 以上の任意の整数 n について与式が成り立つ。(証明終わり)

解説: $\sum_{k=1}^{N+1} k$ をいきなり「$= (N+1)(N+2)/2$」と書く人がよくいますが, それは間違いです。それを理解するために, 次の例を考えてみて下さい:

任意の自然数 n について, 次式が成り立つことを証明してみよう:

$$\sum_{k=1}^{n} k = n^2$$

まず $n=1$ のとき, 左辺も右辺も 1 なので成立。次に, $n=N$ のときこの式が成り立つと仮定する。すなわち,

$$\sum_{k=1}^{N} k = N^2$$

と仮定する。この N に $N+1$ を入れて,

$$\sum_{k=1}^{N+1} k = (N+1)^2$$

となる。従って, 与式は $n=N+1$ のときも成立。従って与式は任意の自然数で成り立つ (証明おわり!?)。

ところが, $n=2$ のときは, 与式の左辺は $1+2=3$, 右辺は $2^2=4$ であり, 左辺と右辺は一致しません。だから与式は成り立ちません。ということは, 上の「証明」はどこかが間違っています。どこで間違ったのでしょう!?

問 17　背理法を使って以下の命題を証明せよ: n, m を自然数とする。もし nm が奇数ならば, n, m はともに奇数である。

自然数 n, m のうち**少なくとも片方が**偶数であると仮定する。今, n が偶数なら, $n=2k$ と書ける (k は適当な自然数)。すると $nm=2km$ となる。km は自然数だから, $2km$ すなわち nm は偶数である。同様にして, m が偶数のときも nm は偶数である。いずれにしても, nm は偶数になり, 矛盾する。従って, n, m はともに奇数。(証明終わり)

解説 1: これを, 「n, m はともに偶数であると仮定する」と始める人がいよくいますが, これも間違いです。「A かつ B」の否定は「A でない, または B でない」です。

解説 2: 「nm が奇数ならばn, m のうち少なくとも片方は偶数であると仮定する」と始める人もよくいますが, これも間違いです。「なら」が蛇足です。あえて丁寧に言うなら, 正しくは, 「nm が奇数であるときに n, m のうち少なくとも片方は偶数であるような場合が少なくとも 1 例はあると仮定する」です。違いはわかりますか?

数学の証明は, 科学の論理操作の基礎ですので, 証明のスキルはどんな科学を学ぶにも必要です。しかし証明問題は採点に手間がかかるので入試にはあまり出ません。それを良いことに, 証明をおろそかにしていませんか? 「テストに出ない = 重要でない」と思っていませんか? 大学では高校よりもずっと証明を大事にします。証明に必要な文章力や論理的思考力は大学の学びにおいて大切です。

問 18　対数 $\log_a b$ とは何かを説明せよ。

実数 a, b, c の間に, $a^c = b$ が成り立つ時, c のことを $\log_a b$ と書く。ただし, a, b はともに正の数であり, $a \neq 1$ とする。
「a を何乗したら b になるか」でもまあ OK。「ただし」以下が無くてもまあ OK。

問 19　関数 $f(x)$ の微分係数の定義を述べよ (傾きという言葉を使ってはダメ)。

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

解説: この定義は微積分学で最も大切です。微積分の難しい問題が解けることよりも, この定義をきちんと覚えて理解していることのほうが重要です。

問 20　任意の角 θ について, $\cos\theta$ と $\sin\theta$ のそれぞれを定義せよ。

xy 平面上で, 原点を中心とする半径 1 の円の上で, $(1,0)$ から左回りに角 θ にある点の, x 座標を $\cos\theta$, y 座標を $\sin\theta$ と定義する。

解説: これを, 「半径 r の円」として, x/r を $\cos\theta$, y/r を $\sin\theta$ とする, でも OK。直角三角形を使う定義はダメ（直角以上の角について通用しないので)。

問 21　関数 $f(x)$ の原始関数の定義を述べよ。

$F(x)$ の導関数が $f(x)$ になるとき, $F(x)$ を $f(x)$ の原始関数という。

解説: 「微分したら $f(x)$ になる関数」でもまあ OK。

解説: $\int f(x)\,dx$ のこと, と書く人がいます。教科書を見てみましょう。$\int f(x)\,dx$ は不定積分です。不定積分は原始関数を求めることです。原始関数とは $\int f(x)\,dx$ のことである, というのは, 「原始関数とは原始関数のことである」と言っているようなものです（答えになっていない)。

問 22　自然対数の底 (ネイピア数)e の定義を述べよ。

次式で定義される e のこと:

$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

もしくは,

$$e=\lim_{h\to 0}(1+h)^{1/h}$$

解説: この e は高校では数 III で学びますが, 大変に重要な数です。数学だけでなく, 物理学, 化学, 生物学, 統計学, 経済学など, いろんな学問で登場します。円周率よりもよく登場するかもしれません。ちなみに $e=2.718\cdots$ ですが, その値は e の「定義」ではありません。

これらの問題はどれも基本的な概念の定義を問う問題であり, 教科書の各単元の最初に大きく書いてあるような内容ですが, できない人が多いのです。定義は概念の根幹ですから, 定義を知らない（言えない）のは, 「理解していない」ということです。その概念を使った問題を解けるとしても, 理解せずに「それっぽいこと」をしているだけです。「定義にこだわる」のも, 高校までの（テスト重視の）勉強とは違う, 大学での学びの特徴です。

問 23　次の関数のグラフを描け: $y=e^{-x^2}$

図 1 参照。

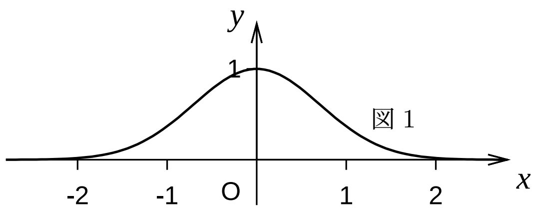

図 1

解説: このグラフは y 軸をはさんで左右対称です。それは, x を $-x$ に置き換えてもこの関数は変わらないからです（そのような性質を持つ関数を偶関数といいます)。左右対称でないグラフを描いた人は, そのへんをしっかり理解しましょう。この関数は高校数学 III で出てきますが, あまり重視されません。しかし大学ではとても大切な関数で, 「ガウス関数」といいます。統計学で出てきます。高校数学では統計学はほぼスルーのところが多いですが, 大学では統計学がとても重要です。高校と大学では何が重要かは違うのです。

問 24　理想気体の状態方程式を書け。記号は全て定義せよ。

$PV=nRT$。ただし, P,V,n,R,T はそれぞれ, 圧力, 体積, 物質量, 気体定数, 絶対温度。

解説: たまに P [Pa], V [m^3], ... のように, 単位を添えて書く人がいますが, それは蛇足です。上の式は, どのような単位をとるかによらず成り立つ式です。世の中の自然現象を表す法則を式にした場合, それらの多くは単位とは無関係に成り立つのです。単位が必要なのは, 「$P=2.3$ Pa」のように, 量を具体的な数値で表す時です。

問 25　J (ジュール) という単位を, kg, m, s で書き換えよ。

J は仕事の単位。仕事は, 力と距離の積に相当する物理量。力は質量と加速度の積に相当する物理量。従って, 力の単位は kg m s^{-2} であり, 仕事の単位は kg m^2 s^{-2}。答: J = kg m^2 s^{-2}。

解説: 中学校問題の問 14 でたずねたエネルギーの定義（仕事の定義）と, 「力=質量×加速度」という法則（運動方程式）がわかっていれば簡単な問題です。運動方程式は, 慣性の法則と並んで, 大切な法則です（中学理科で学びます)。これができなかった人は, 問 14 の「エネルギーの定義」も, 続く問 15 の電熱線問題もできなかったのではないでしょうか? これらは繋がっているのです。自分は物理学を履修していないからできなかった, という人はこう考えてみましょう: 化学も生物学も地学にもエネルギーは出てきますね。経済学にも出てきます（エネルギー問題として)。そのような大事な概念を理解するには, 分野をまたいで学ぶ必要があるのです。学問の「分野」は単に便宜上のものであり, 大学ではその間を大胆に行き来するのです。それも高校までとの違いです。