

筑波大学生物資源学類 基礎数学

2021/12/13

(対面授業 2H201教室)

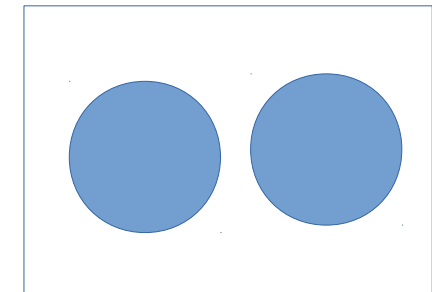
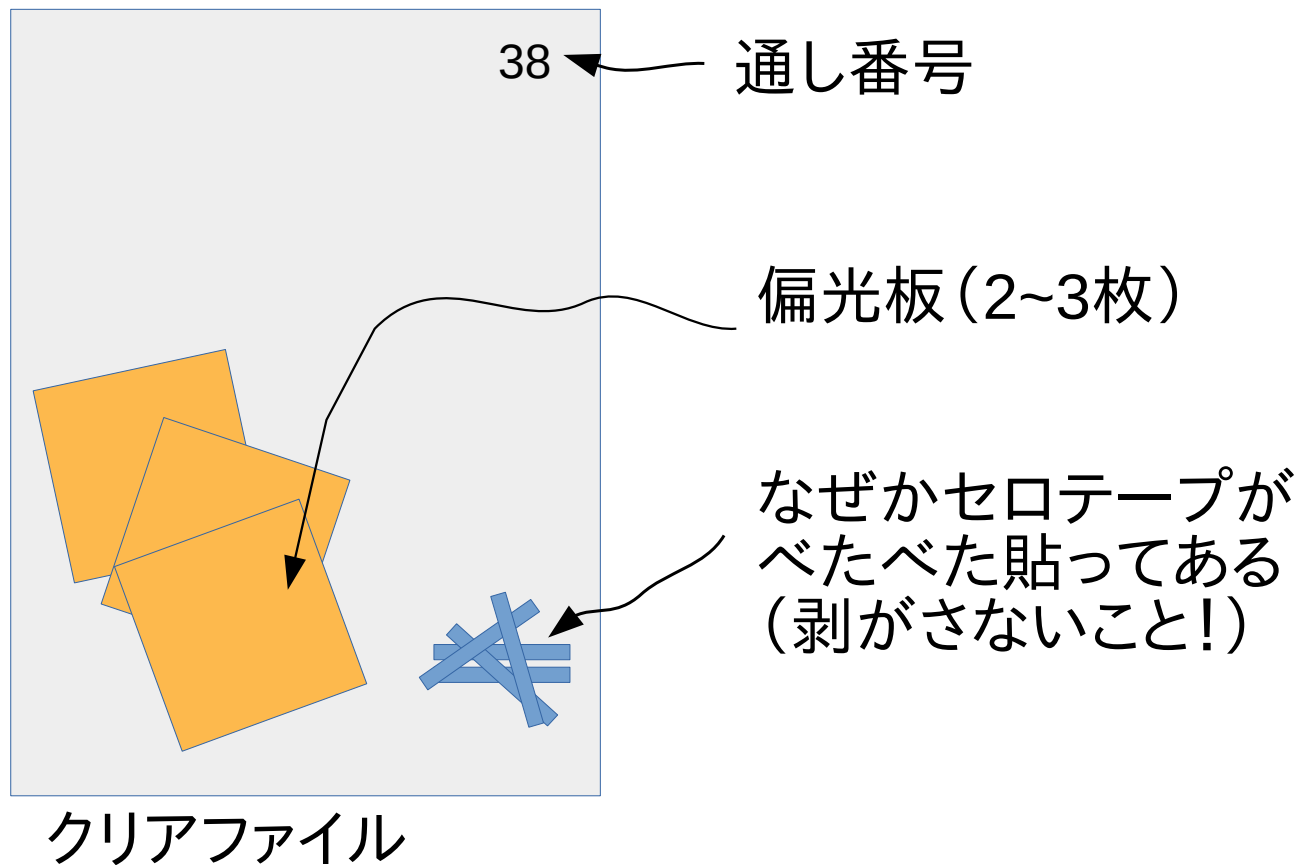
偏光で線型空間を学ぼう

奈佐原顕郎

配布物

授業終了時に返却して下さい。

もしも「どうしても欲しい!! 持って帰って自分で実験したい!!」という人は、個別に奈佐原と相談して下さい。



青空観察用プリント

§1 偏光板の準備と偏光の概念

1-1. 班でやるので、3~5人の班を作ろう。そして、配られたものが揃っているか確認して下さい。

1-2. (図1) 1枚の偏光板を目の前にかざして、**景色(建物や森, 土など)を見て**みてください。偏光板はほぼ透明なので向こうに景色が見えますね。では偏光板を回転させてみてください。ほとんど変わりませんね。これは、景色から来る光が「**偏光していない**」、すなわち様々な方向の偏光を含んでいるからです(これについてはまた後で詳しく説明します)。

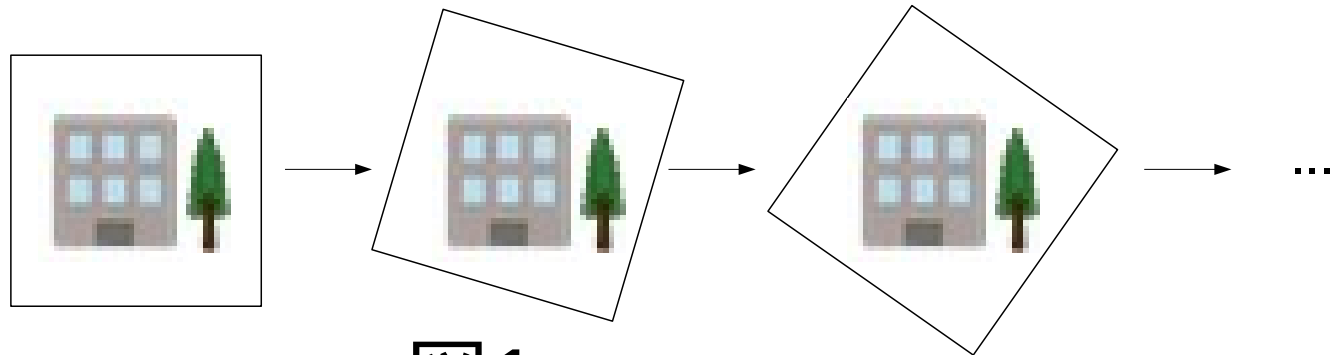
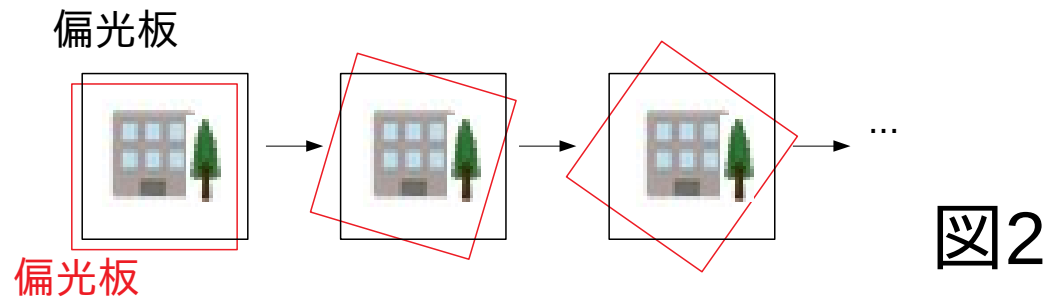


図1

1-3. こんどは1枚の偏光板を、**スマホの画面にかざして**みてください。偏光板を回してみましよう。他の人のスマホでもやってみてください。ものによっては、角度を変えたら明るく見えたり暗く見えたりしますね。そのスマホの画面から出てくる光が「**偏光している**」からです。 3

§1 偏光板の準備と偏光の概念(つづき)

1-4. (図2) こんどは2枚の偏光板を重ねて、1-2と同様に透かして何か景色を見てみてください。このとき、2枚のうち1枚を固定し、もう1枚の角度をさまざまに変えながら、向こうの景色の明るさの変化を観察して下さい。



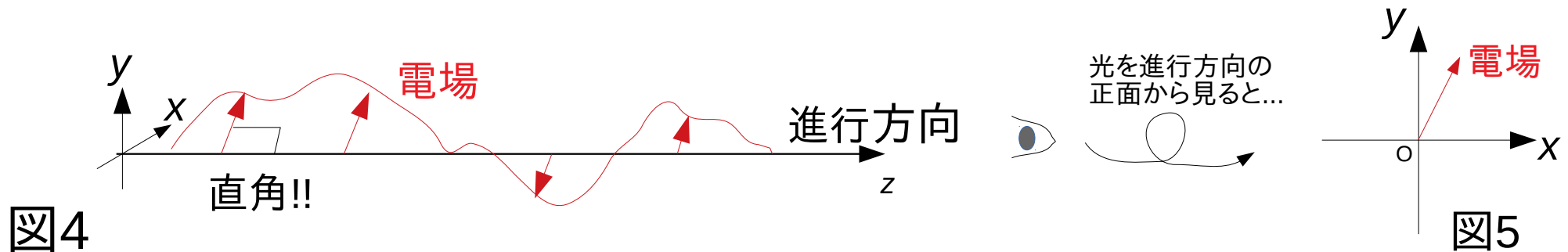
1-5. (図3) 真っ黒になって向こうが見えなくなる場合があります。これを「クロスニコル」といいます。クロスニコルの状態から、1枚の偏光板をさらに90度回転させると、ほぼ透明になって向こうがよく見える状態になるでしょう。これを「平行ニコル」と呼びます。さらに90度回転させると、再びクロスニコルになるでしょう。



§2 偏光板の準備と偏光の概念

2-1. なぜ2枚の偏光板を違う角度で重ねると真っ黒になったり(クロスニコル)透明になったり(平行ニコル)するのでしょうか? それは偏光板の働きで説明できます。

そもそも光は、**電場**(と磁場)の変動が空間を伝わる波です。この電場の変動は、必ず光の進行方向に対して直角であることが、物理学の原理からわかっています(図4)。



と言っても、進行方向(上図では z 軸)に対して直角な方向は無数にあります。それを進行方向正面から見ると(図5), それは xy 平面内の方向を向くのです。このような、光の電場の変動の方向性のことを**偏光**と呼ぶのです。

§2 偏光板の準備と偏光の概念(続き)

2-2. (図6) ただし, xy 平面内の任意のベクトルは, x 方向のベクトルと y 方向のベクトルの線型結合で表されるので, どんな偏光も, x 方向で電場が変動する偏光と, y 方向で電場が変動する偏光の, 2つの偏光の線型結合で表現できます。このときの2つの偏光を, 元の偏光の**成分**と言います。

(ちなみにこの x 軸と y 軸は, 状況に応じて解析者が適当に好きに選べばよろしい。)

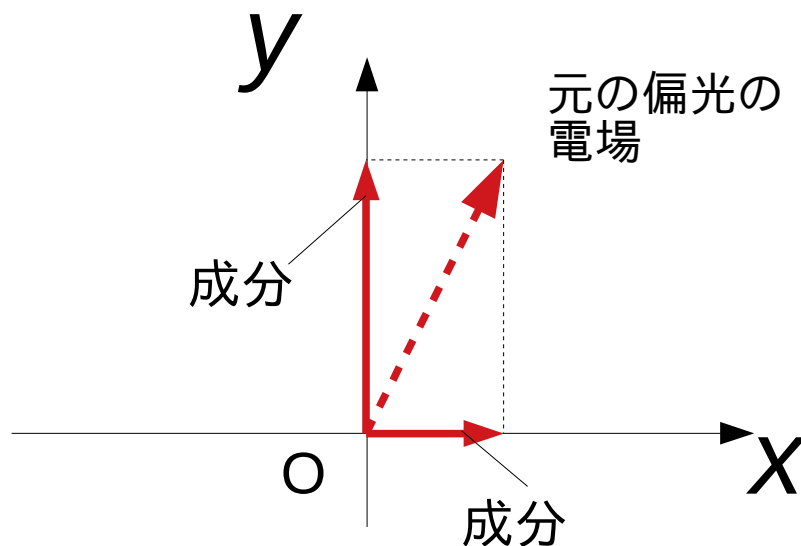


図6

§2 偏光板の準備と偏光の概念(続き)

2-3. 1枚の偏光板は、**特定の方向の偏光だけを透過させる**のです。その方向を偏光板の**透過軸**と言います。偏光板を透過した後の光は、元の偏光の成分、つまり元の偏光を透過軸に射影したような、特定の方向(偏光板の透過軸)の偏光だけで構成されます。

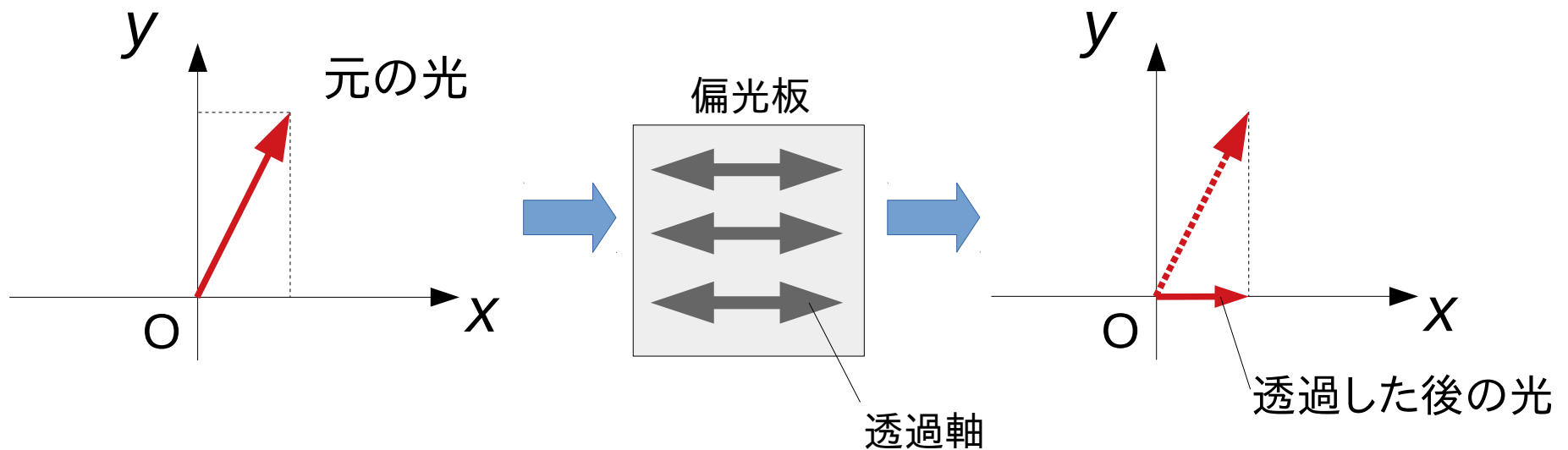
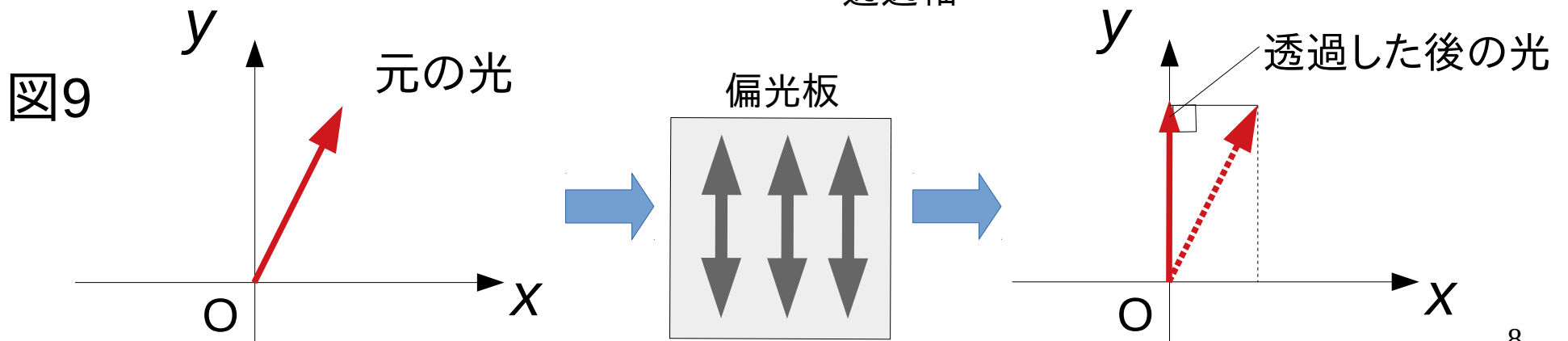
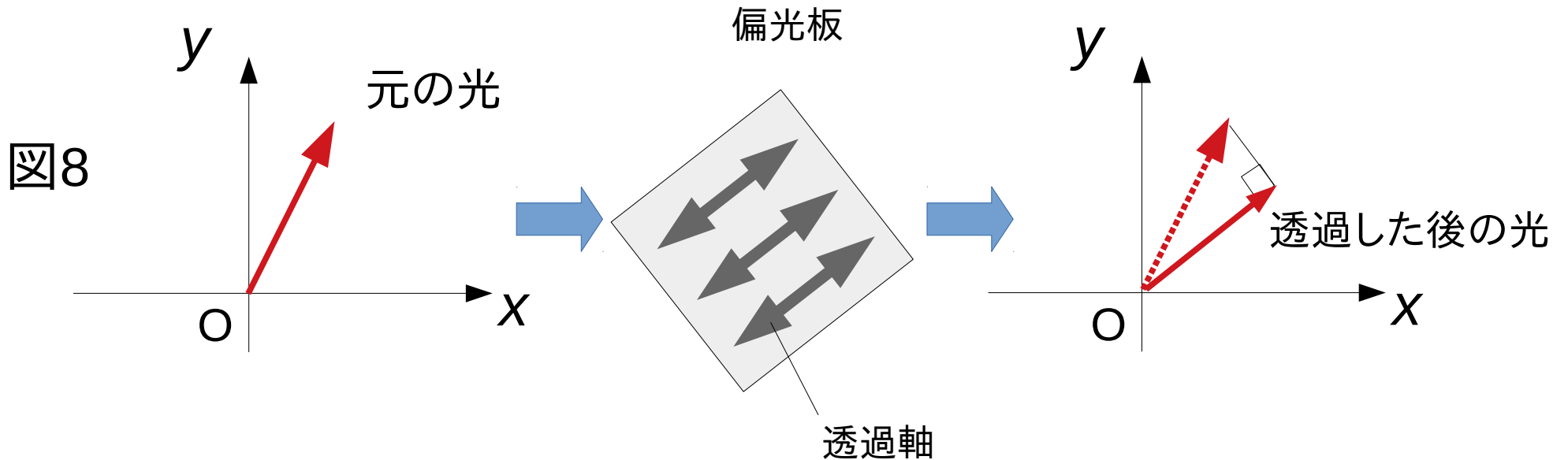


図7

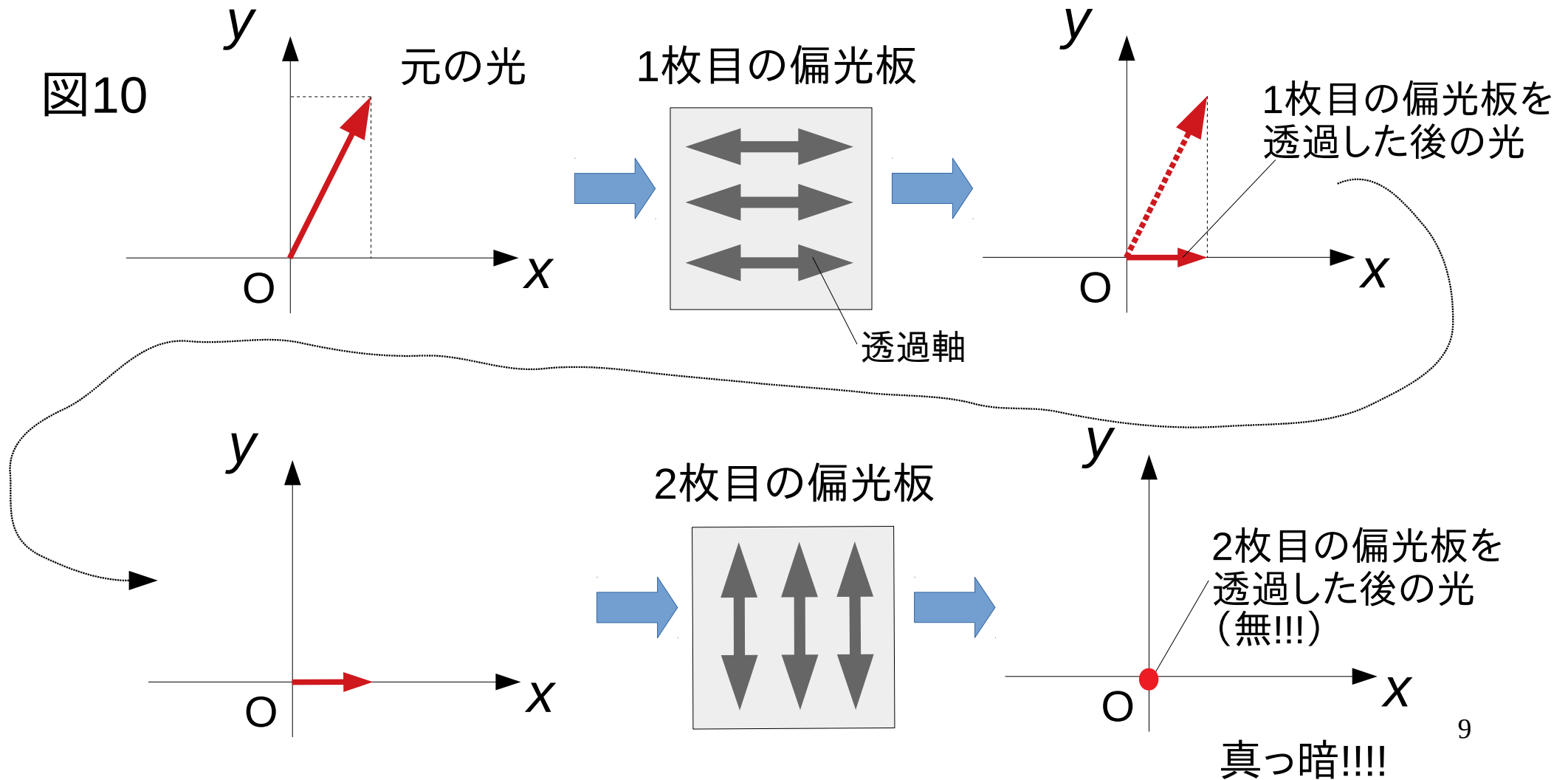
§2 偏光板の準備と偏光の概念(続き)

2-4. 偏光板は, どんな角度で置いても構いません。その角度で置いた時の透過軸に沿った光が透過してきます。



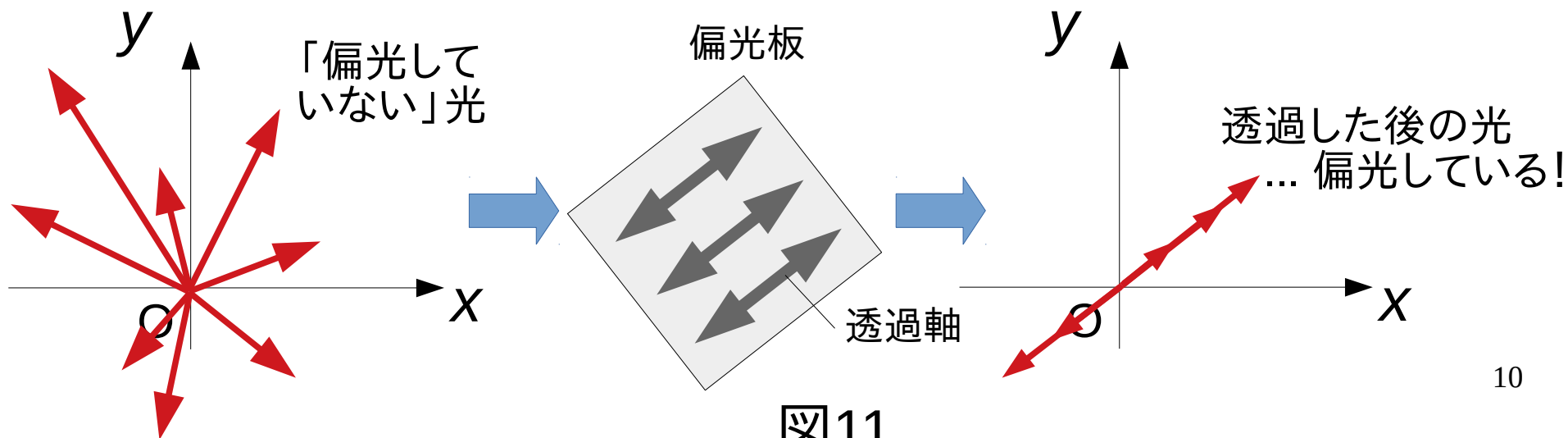
§2 偏光板の準備と偏光の概念(続き)

2-5. ここで, 2枚の偏光板を, 互いに透過軸が直角になるように重ねると, 1枚目から出てくる偏光が2枚目でカットされるので, 光は透過しません。これが**クロスニコル**です。



§2 偏光板の準備と偏光の概念(続き)

2-6. さて、さきほど見たように、普通の景色からやってくる光は、偏光板をどのように回しても同じ明るさです。なぜでしょう？ 実は、普通の景色では、時々刻々と、様々な方向の偏光が混ざってやってきます。ごく短い瞬間では偏光しているのですが、**あまりに短時間でその方向がランダムに変わる**ので、見た目では特定の方向に偏光していることがわからないのです。これを形式的・象徴的に「**偏光していない**」と言うのです。偏光していない光は、偏光板をどんな角度で置いても、時々刻々と透過軸に射影した成分が透過して出てくるので、それなりに光が透過してきます。時には真っ暗になるかもしれませんが、その時間があまりに短いので、そうとは見えないのです。そしてその透過光は、偏光しているのです。



S3 偏光板の透過軸を決めよう!!

3-1. 偏光板は、特定の方向の偏光だけを通過します。その方向を、その偏光板の「透過軸」と言うのでした。と言っても、偏光板の透過軸は、見た目ではわかりません。そこで、これから皆さんが持っている偏光板の透過軸を決定しましょう。

それには、偏光方向がはっきりわかっている光を使います。ここでは、つるつるした物体の表面で反射した光(鏡面反射)を使います。

3-2. まず、クリアフォルダを概ね水平に置いて(地面や机などの上に)、それを斜め上から覗いてください(図12)。クリアファイルの面と視線の角は30度~45度くらい。すると、クリアファイル表面に向こうの景色が反射して映るでしょう。

3-3. その状態で、1枚の偏光板を目の前にかざして、偏光板越しに、クリアファイルを見て下さい(図13)。クリアファイル表面に映った景色が偏光板越しに見えるでしょう。

その状態で、偏光板を少しずつ回転させて下さい。すると、不思議なことに、(クリアファイルに映った)景色がはっきり見えるときと、景色がほぼ消えてしまうときがあるではないですか!!! (図14) それらは互いに偏光板を90度回転した関係になっていることもわかるでしょう。

図12

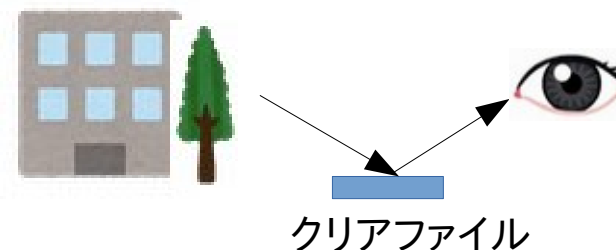


図13

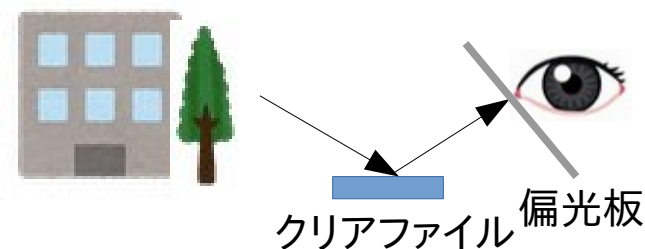


図14 偏光板



§3 偏光板の透過軸を決めよう!! (続き)

3-4. (図15) クリアファイルに映った**景色が最もはっきり見える状態**で、偏光板の上端に、水平に両矢印” \leftrightarrow ”を油性ペンで書いて下さい(実は昨年の受講生が既に書いているでしょう。合ってるか確認)。これが偏光板の**透過軸**です。この矢印に沿って電場が直線的に左右に振動するような光(直線偏光という)だけを、この偏光板は透過するのです。この矢印は、次の実験で大事な働きをします。

3-5. では、クリアファイルのことは忘れて、リアルな景色を偏光板越しにもういちど見て下さい。偏光板を回しても景色は消えませんか? リアルな景色から来る光は「偏光していない」けど、クリアファイルの表面で鏡面反射した光は「偏光している」のです。**なぜ鏡面反射は偏光するのか?** その理由はここでは述べませんが、物理学と数学で説明できます。そこに「重ね合わせの原理」が出てきます。興味ある人は「フレネル反射」で検索してみてください。

注: 釣り人用のサングラスは、池や海の水面で鏡面反射する偏光をカットするようになっています。水中にいる魚がよく見えるのです。

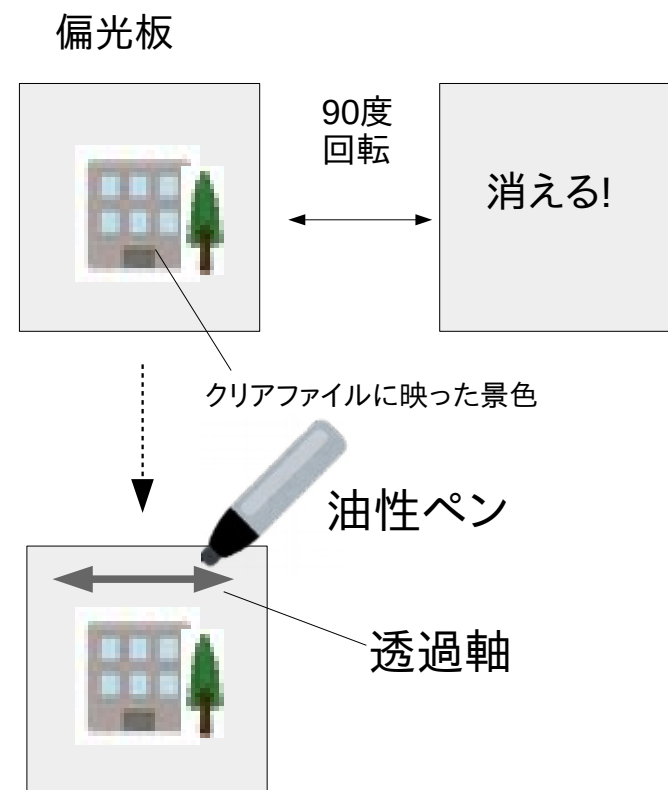
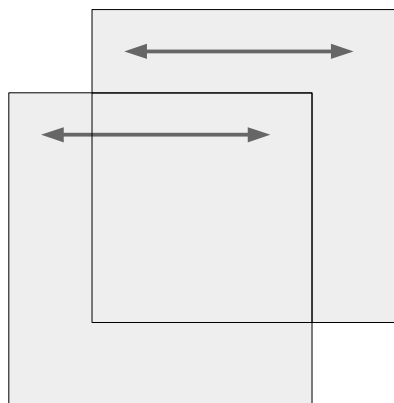


図15

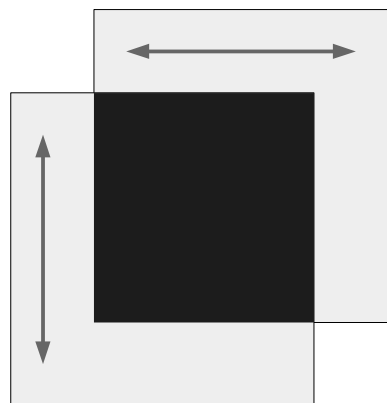
§3 偏光板の透過軸を決めよう!!(続き)

3-6. 透過軸を決定した偏光板を, 班の中で仲間どうしで重ねてみましょう(図16)。透過軸が同じになるように重ねたら, パラレルニコルになって, 向こうが見えるはずですね。どちらかが間違っていたら, クロスニコルになって真っ暗になってしまはずです(もしも2人とも間違えてたら, パラレルニコルになって, 気づきませんか(泣))。

図16



パラレルニコル



クロスニコル

間違っていないでしたか? では, 偏光板をもう1枚取り出して, 同様に透過軸を調べて矢印を描いてください。これで2枚の偏光板の透過軸が決定しました。これらでクロスニコルとパラレルニコルを作って, 正しく透過軸が決定できたか調べて下さい。

§4 クロスニコルを透過する光!!

2枚の偏光板でクロスニコルを作ってください。

そして、3枚目の偏光板を、クロスニコルの間に差し込んでみてください。

その状態で、3枚目の偏光板を回転させると…

クロスニコルで真っ暗だったのが、向こうが透けて見えるではないですか!!??

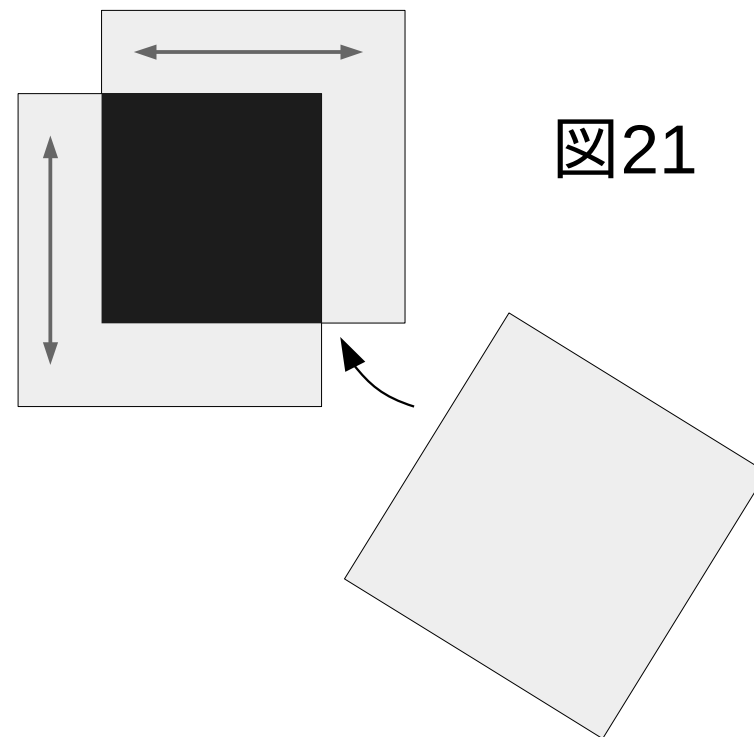


図21

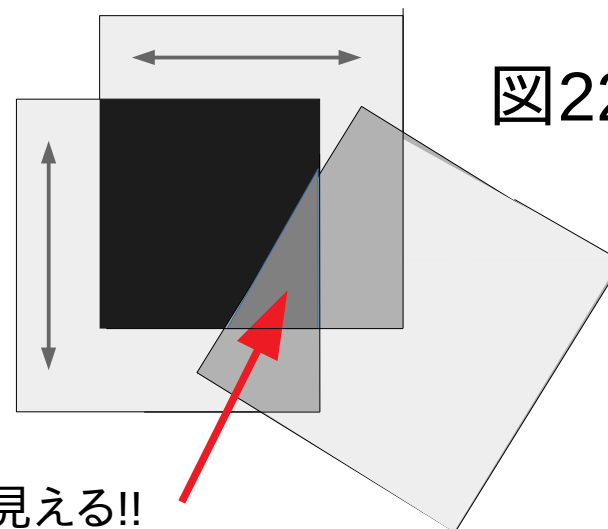


図22

透けて見える!!

§4 クロスニコルを透過する光!!(続き)

なぜこんなことが起きたのでしょうか? 実は, 以下のようなことが起きているのです!!!!

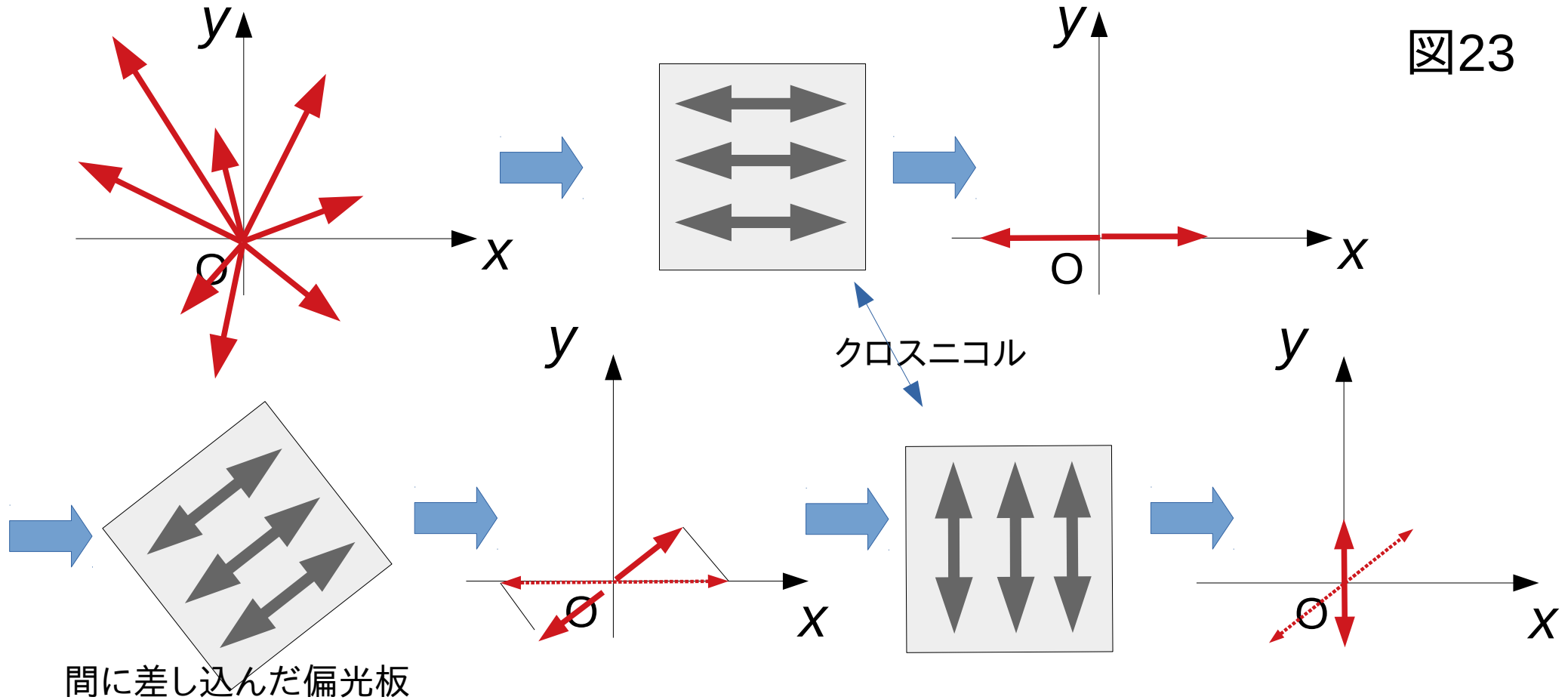


図23

間に差し込んだ偏光板が, 最初の偏光板を通過した光を「回転」させ, その一部が最後の偏光板を通過したのです!! これは, 偏光に「重ね合わせの原理」が成り立つ(任意の方向で分解できる)から起きるマジックです!!

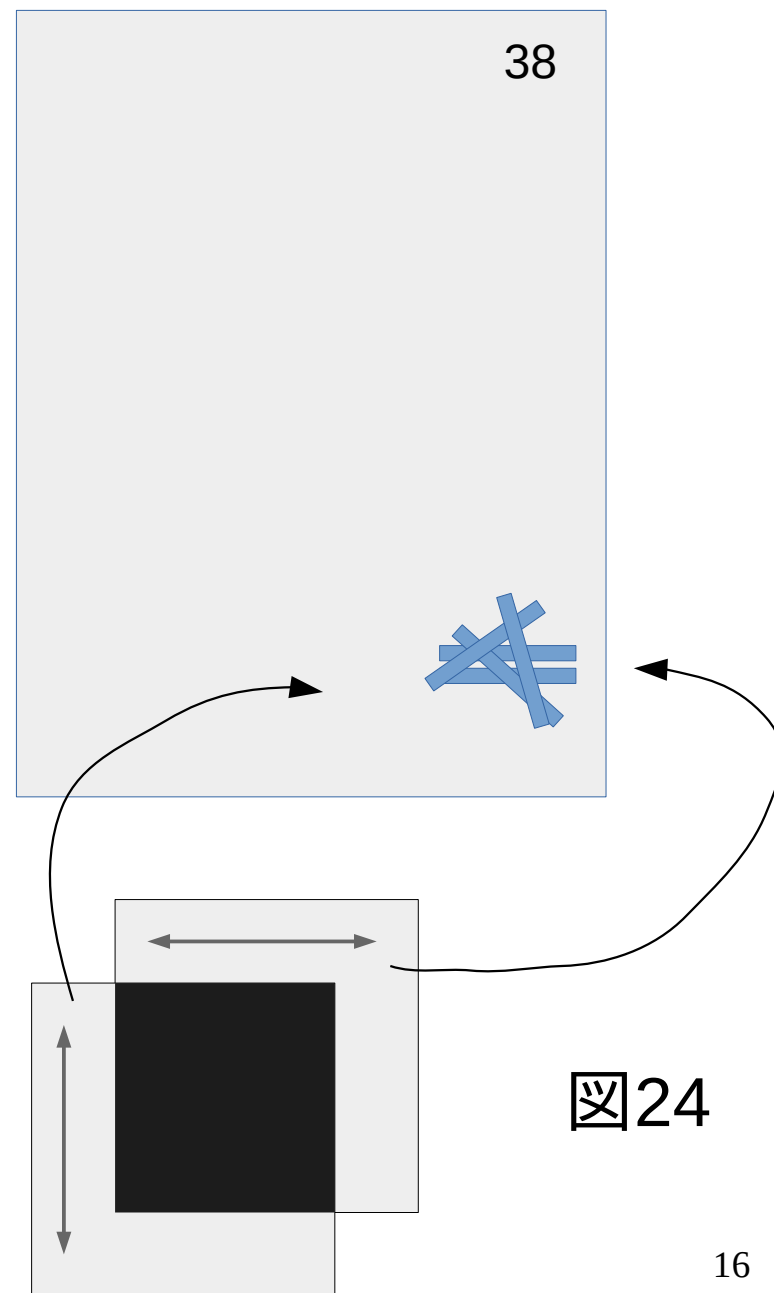
§5 複屈折

次に、「複屈折」という現象を学びます。これは、色素を持たない透明なサンプル(微生物や細胞)を観察するのに使われる「微分干渉顕微鏡」や、岩石鉱物の構造を薄片観察するときの原理です。

クリアファイルの片隅に、セロテープがべたべた貼ってありますね。これを2枚の偏光板でクロスニコルではさんでみてください。真っ暗なはずのクロスニコルなのに、なぜかセロテープの箇所が光が透けて見えますね。しかも色がついています!!

ここで偏光板を回転させてみてください。透けて見える光の色はどう変わるでしょうか?

偏光板の**保護フィルム**を引き伸ばして、クロスニコルに挟んでみましょう。虹の模様が見えませんか?



§5 複屈折

なぜこんなことが起きたのでしょうか？これには「屈折率」が関わっています。屈折率は、

真空での光の速さ ÷ 物質中の光の速さ

です。水やガラスなど物質では、光は真空のときより遅いです。つまり屈折率は1より大きいです。

セロテープが不思議なのは、その**屈折率が、偏光の向きによって違う**ことです（それらが最も顕著な2つの向きをx, y軸としましょう）。そのため、1枚目の偏光板で作られた偏光がセロテープに入射したとき、その偏光はx成分とy成分の2つの偏光に分かれて、それぞれ異なる速さでセロテープ内を進みます。それらが、セロテープから出てくる時にその2つの成分は、波の山と谷のタイミングがずれてしまうのです。それらを2枚目の偏光板で1つの方向に重ね合わされると、ちょうど山と谷が重なったら暗くなり、山と山が重なるときは明るくなるのです。

しかもそれが、波長ごとに違った感じで起きるのです。というのも、セロテープ内の波長は、真空での波長を屈折率で割った値になります。同じ厚さのセロテープでも、通り抜ける時に、特定の波長では山同士になり、別の特定の波長では山と谷、みたいなことが起きるのです。すると、特定の波長では明るく、別の特定の波長では暗くなります。つまり、色がつくのです!!

「わけわからん!!」という人もいるでしょう。OKです。大事なのは、この「複屈折」が生物学や地学の計測技術に使われていることと、その背後に「重ね合わせの原理」があることを感じればとりあえず十分です。

§6 青空

偏光板を通して青空を見てみましょう(太陽を見てはいけません!目を痛めます!)

青空のいろんな場所に対して, 偏光軸をいろいろ変えながら見ていくと, 青い光が強く偏光している箇所があるはずです!それはどこでしょう?(この原理を利用してミツバチは方位を検知するそうです)

§7 砂糖水 (希望者のみ。おうちでやろう!)

光学異性体を含む水溶液が, 片方の異性体だけを含む(ラセミ混合物でない)とき, それを通過する光の偏光面が回転することを化学や生物学で習いましたね。春学期の物理学でもオンラインで実験を見ました。それをやってみましょう。

2つのコップに、砂糖水と真水を入れます。それぞれを, クロスニコルではさんで見て下さい。真水は真っ暗だけど, 砂糖水はうっすらと明るく見えるでしょう。これは砂糖水の中で糖の光学異性体が偏光面を回転させたため, クロスニコルを出る時に, 透過軸の方向に振動する電場が生じるからです。片方の偏光板を少しづつ回すと、真っ暗になる角度があるはずです。その角度が偏光面の回転した角度です。… この実験をやりたい人は, 偏光板を貸し出します。

最後に問題: 「偏光」はベクトル(線形空間の要素)。では「偏光板を通す」という「操作」は!!??